

УДК 621.314.58

doi:10.20998/2413-4295.2018.26.17

## НЕЛІНІЙНЕ КЕРУВАННЯ ВИХІДНОЮ НАПРУГОЮ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ДЖЕРЕЛА ЖИВЛЕННЯ В ОДНОФАЗНІЙ НЕАВТОНОМНІЙ МЕРЕЖІ

**Т. В. МИСАК\***

відділ перетворювання та стабілізації електромагнітних процесів, Інститут електродинаміки Національної академії наук України, Київ, УКРАЇНА

\*e-mail: taras@igbt.com.ua

**АНОТАЦІЯ** Об'єктом дослідження є джерело синусоїдальної напруги, яке має в своєму складі сонячну панель, перетворювач частоти з ШІМ та вихідним LC-фільтром і нелінійний однофазний вихідний трансформатор з додатковим фільтром на виході, підключений до однофазної неавтономної мережі споживача. Проведено пониження порядку афінної нелінійної сингулярно-збуреної системи диференціальних рівнянь, яка описує це джерело. Градієнтний метод отримання функції Ляпунова дав можливість застосувати нелінійну стратегію скалярного керування. Наводяться результати моделювання з урахуванням обмежень, які впливають на можливість реалізації отриманої стратегії нелінійного керування. **Ключові слова:** альтернативне джерело живлення; вихідний LC-фільтр; нелінійний однофазний трансформатор; сингулярно-збурена система; нелінійне керування; градієнтний метод; функція Ляпунова.

## NONLINEAR CONTROL OF THE OUTPUT VOLTAGE OF A GRID-CONNECTED ALTERNATIVE POWER SOURCE IN A SINGLE-PHASE NON-AUTONOMOUS SUPPLY NETWORK

**T. V. MYSAK**

Department of transformation and stabilization of electromagnetic processes, Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine, UKRAINE

**ABSTRACT** The object of the study is an autonomous source of sinusoidal voltage, which consists of photovoltaic panel, a bridge frequency converter with PWM, equipped with an output LC filter and a single-phase nonlinear output transformer with an additional output filter, which is connected to the non-autonomous grid. The nonlinearity of the magnetic system of the transformer is approximated by an odd function of the arc type. The substitution of variables made possible to develop a mathematical description of the circuit in the form of a nonlinear singularly perturbed system of differential equations. It is assumed that there is an attractive invariant surface, which makes it possible to reduce the order of the original system of equations. An analytical form of the equations of this surface in the form of a series in powers of a small parameter is obtained. A system of lower-order differential equations is obtained that is equivalent in some region to the original nonlinear singularly perturbed system. The non-linear reduced system is transformed to a form that has made it possible to apply the nonlinear feedback control strategies. The gradient method for obtaining the Lyapunov function allowed us to apply a nonlinear strategy of scalar control. A condition is set out in which the use of this function guaranteed the local asymptotic stability of this nonlinear system. The results of digital simulation are presented. The simulation was performed taking into account the limitations inherent in the real object of power electronics and affecting the possibility of technical implementation of the obtained control strategy. Local equivalency and isomorphism in the control strategies of full-length and reduced systems avoids the need to measure all variables in the space of states, which facilitates practical implementation. The possibility of reducing the impact of load jumps on the form of the output voltage has been checked, taking into account the constraints specific to real systems, has been verified using digital simulation.

**Keywords:** alternative power supply; output LC-filter; one phase nonlinear transformer; singularly perturbed system; nonlinear control; gradient method; Lyapunov function.

### Вступ

Фотовольтаїчне джерело живлення, яке в широких колах називають просто – «Сонячна батарея», насправді є доволі складним об'єктом перетворювальної техніки. Навіть найпростіші (Stand-alone PV Systems), розраховані на автономне забезпечення електроенергією приватних домогосподарств, мають в своєму складі сонячний генератор (Solar Generator), зібраний зазвичай з декількох панелей фотоелементів (Solar Panels), побудованих з сонячних комірок (Solar Cells),

зібраних в модулі (Solar Modules), накопичувач енергії (Energy Storage) з контролером заряду та напівпровідниковий перетворювач [1]. Більш складними є пристрої, розраховані на під'єднання до існуючих мереж живлення (Grid-connected PV Systems). Якщо для виконання вимог електромагнітної сумісності з навантаженням в простіших (в основному – безтрансформаторних) пристроях використовується LCL-фільтр, то щодо складніших вимоги є більш серйозними. В Grid-connected PV Systems сонячний генератор мусить мати гальванічну розв'язку з зовнішньою мережею, а

напівпровідниковий перетворювач частоти (ПЧ) – задовольняти стандартним вимогам щодо електромагнітної сумісності з цією мережею [2]. Традиційно, ізолюючий (розв'язуючий) трансформатор може бути як високочастотним (ВЧ), що потребує додаткового ВЧ перетворювача та випрямляча [3], так і низькочастотним (НЧ). Застосування НЧ трансформатора, який безпосередньо підключається до мережі споживача, дещо спрощує схемотехніку та зменшує кількість ступенів перетворення енергії [4]. Позаяк вихідна потужність Solar Generator досить сильно залежить від умов навколишнього середовища, а саме, рівня сонячного освітлення та зовнішньої температури, то для підтримання бажаного рівня напруги постійного струму на накопичувачі необхідним є застосування DC-DC перетворювача, який може одночасно виконувати функції контролю заряду та стабілізації цієї напруги [5, 6]. В такому випадку вихідний ШІМ-інвертор має виконувати задачу узгодження параметрів вихідної напруги Grid-connected PV Systems з мережею споживача з урахуванням вимог до якості електроенергії, яка генерується [3, 7].

#### Постановка задачі

Далі розглядатимемо один з розповсюджених варіантів Grid-connected PV Systems, яка складається з Solar Generator, DC-DC перетворювача, накопичувача, мостового однофазного інвертора, LC-фільтра, вихідного трансформатора [8], доповненого LCL-фільтром, та навантаження. За загальноприйнятого припущення, що заступна схема мережі може бути представлена послідовно з'єднаними лінійним комплексним опором  $Z_g = R_g + jL_g$  та джерелом ЕРС  $E_2 = E(t)$  (в загальному випадку – не синусоїдальним), структурну схему можна представити у вигляді рис. 1.

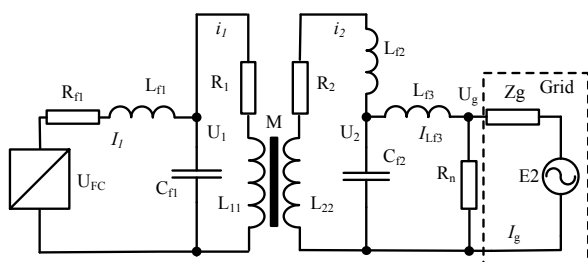


Рис. 1 – структурна схема

У чистому вигляді LCL-фільтри використовуються лише в безтрансформаторних схемах [8]. В інших випадках при побудові заступних схем трансформаторних Grid-connected PV Systems в разі використання найпростішої заступної схеми трансформатора у вигляді комплексного опору  $Z_k = R_k + jL_k$  [9], роль  $L_{f2}$  грає індуктивність  $L_k$  трансформатора. Тому не будемо використовувати додаткову зовнішню індуктивність і вважатимемо в подальших викладках  $L_{f2} = 0$ .

Амплітуди і форма струмів обмоток трансформатора істотним чином змінюються, якщо враховувати можливість входу у стан насичення магнітопровода, оскільки проявляється нелінійна залежність індукції від напруженості магнітного поля. Аналітична апроксимація кривої намагнічування трансформатора і перехід до магнітної проникності дозволяє вивести з рівнянь трансформатора [9] диференціальні рівняння відносно незалежних струмів обмоток [10]:

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}; \\ U_2 &= R_2 i_2 + L_{22} \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}; \end{aligned} \quad (1)$$

де  $R_1$ ,  $R_2$  – опори першої та другої обмоток трансформатора,  $U_1$ ,  $U_2$  – напруги на обвитках,  $L_{11}$ ,  $L_{22}$ ,  $M$  є в загальному випадку нелінійними функціями, які залежать від  $i_1$ ,  $i_2$ , геометричних параметрів обмоток та їх взаєморозташування на магнітному осерді.

Залежно від потреби досліджень для аналітичного опису кривої намагнічування застосовуються різноманітні типи апроксимаційних кривих. Для того, щоб отримати в аналітичному вигляді вирази для величин  $L_{11}$ ,  $L_{22}$ ,  $M$ , скористаємось одним із способів апроксимування, який запропоновано в [11]. В цій роботі зазначається, що поряд з іншими, для аналітичного описання безгістерезисної кривої намагнічування (обмежена ділянка загальної кривої, в межах якої лежить режим роботи більшості електромагнітних пристроїв) може бути використана також апроксимація виду:

$$B = B_m \arctg(\alpha H) + \rho H; \quad (2)$$

де  $\alpha$ ,  $B_m$ ,  $\rho > 0$  – сталі, які мають визначатись по реальній кривій намагнічування;  
 $B$  – індукція;  $H$  – напруженість магнітного поля.

Оскільки перший доданок у виразі (2) з ростом  $H$  асимптотично наближається до прямих, паралельних осі абсцис і розташованих від неї на відстані  $\pm B_m$ , то зміна магнітної індукції в області значних величин  $H$  характеризується другим доданком. Дана апроксимація являється непарною і може бути використана для розрахунку магнітних полів як в схемах з постійним, так і з змінним полем. При малих значеннях  $H$  розрахункова крива проходить зазвичай дещо вище, а при великих – дещо нижче реальної кривої намагнічування [11]. Коефіцієнти  $\alpha$ ,  $B_m$  та  $\rho$  можна визначити, вибравши три точки на кривій намагнічування. При цьому для того, щоб визначити коефіцієнт  $\alpha$ , необхідно розв'язати рівняння:

$$\frac{B_1 H_2 - B_2 H_1}{B_3 H_2 - B_2 H_3} = \frac{H_2 \arctg(\alpha H_1) - H_1 \arctg(\alpha H_2)}{H_2 \arctg(\alpha H_3) - H_3 \arctg(\alpha H_2)}; \quad (3)$$

а коефіцієнти  $B_m$  та  $\rho$  можна визначити згідно виразам:

$$B_m = \frac{B_1 H_2 - B_2 H_1}{H_2 \operatorname{arctg}(\alpha H_1) - H_1 \operatorname{arctg}(\alpha H_2)}; \quad (4)$$

$$\rho = \frac{B_1 - B_m \operatorname{arctg}(\alpha H_1)}{H_1};$$

Така апроксимація добре збігається з реальними кривими, вимагає знаходження лише трьох сталих і поправки  $\rho \ll 1$  для конкретного матеріалу осердя та не є справедливою для високих значень напруженості.

Вважаючи всі індуктивності нелінійними, маємо можливість перейти до запису нелінійних величин  $L_{11}$ ,  $L_{22}$ ,  $M$  з урахуванням апроксимації (3) та виразивши напруженість магнітного поля через струм намагнічування:

$$L_{11} = L_{10} v(i_{mg}), L_{22} = L_{20} v(i_{mg}), M = M_0 v(i_{mg}),$$

$$v(i_{mg}) = V_m \left( \rho + B_m (1 + \alpha^2 H_{am}^2 i_{mg}^2)^{-1} \right); \quad (5)$$

де  $i_{mg} = i_1 + i_2$  - струм намагнічування,  $L_{10}$ ,  $L_{20}$ ,  $M_0$  - максимальні значення індуктивностей,  $V_m = (B_m + \rho)^{-1}$ ,  $H_{am}$  - стала, величина якої обумовлена параметрами магнітного осердя.

Отже диференціальні рівняння (1) можна з урахуванням (5) звести до вигляду:

$$\varepsilon \frac{di_1}{dt} = v(i_{mg})^{-1} \left( -R_1 \frac{L_{20}}{M_0} i_1 + R_2 i_2 + \frac{L_{20}}{M_0} U_1 - U_2 \right);$$

$$\varepsilon \frac{di_2}{dt} = v(i_{mg})^{-1} \left( R_1 i_1 - R_2 \frac{L_{10}}{M_0} i_2 + \frac{L_{10}}{M_0} U_2 - U_1 \right); \quad (6)$$

де  $\varepsilon = (L_{10} L_{20} / M_0^2 - 1) M_0$  є достатньо малою величиною у порівнянні з іншими коефіцієнтами.

Вважатимемо також, що  $R_n$  на рис.1 є резистором підсистеми вимірювання, а напруга  $U_g$  використовується суто для підсистеми синхронізації з мережею [3], звідки можна припустити  $R_n \gg R_g$  та  $|I_n| \ll |i_{mag}|$ . З урахуванням наведених вище перетворень та припущень одержимо неавтономну афінну сингулярно-збурену нелінійну систему ДР:

$$L_{f1} \frac{dI_1}{dt} = U_{FC} - U_1 - R_f I_1;$$

$$\frac{dU_1}{dt} = \frac{1}{C_{f1}} (I_1 - i_1); \quad \frac{dU_2}{dt} = \frac{1}{C_{f2}} (i_2 - I_g);$$

$$\varepsilon \frac{di_1}{dt} = \frac{1}{v(i_{mg})} \left( -R_1 \frac{L_{20}}{M_0} i_1 + R_2 i_2 + \frac{L_{20}}{M_0} U_1 - U_2 \right); \quad (7)$$

$$\varepsilon \frac{di_2}{dt} = \frac{1}{v(i_{mg})} \left( R_1 i_1 - R_2 \frac{L_{10}}{M_0} i_2 + \frac{L_{10}}{M_0} U_2 - U_1 \right);$$

$$(L_{f3} + L_g) \frac{dI_g}{dt} = -R_g I_g - U_2 + E_2(t),$$

де  $I_1$  - струм в індуктивності першого фільтра,  $I_g$  - струм в мережі живлення,  $U_{FC}$  - вихідна напруга ПЧ,  $R$ ,  $L$ ,  $C$  - активні опори, індуктивності та ємності відповідно до схеми рис.1.

Отже, для стабільного функціонування Grid-connected PV Systems, приєднаної до мережі споживача, необхідно вирішувати задачу формування напруги  $U_2$  в неавтономній системі живлення.

### Розв'язок задачі

Сигнал завдання вихідної напруги  $U_{ref}(t)$  може формуватися декількома методами в залежності від загальної стратегії керування Grid-connected PV Systems [8], тому далі розглядатимемо тільки контур стабілізації напруги  $U_2$ .

В узагальненому вигляді рівнянням (7), які описують схему згідно рис.1, відповідає система  $m+n$  ДР, яка може бути представлена у вигляді:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, z, u, t); \quad \varepsilon \frac{dz}{dt} = F(x, z, t), \quad (8)$$

де  $x$  -  $m$ -вимірний,  $z$  -  $n$ -вимірний вектор-стовпці змінних стану;  $f$  -  $m$ -вимірний,  $F$  -  $n$ -вимірний вектор-функції, неперервні по всіх своїх аргументах;  $\varepsilon$  - малий параметр,  $\varepsilon > 0$ ;  $u$  -  $m$ -вимірний вектор керування.

Для сингулярно-збурених систем такого виду існує деяке співвідношення  $z = W(x, t, \varepsilon)$ , яке дозволяє замінити систему рівнянь (8) системою більш низького порядку, аналогічно тому, як зроблено в [12].

Пошук стабілізуючої модуляційної функції для нелінійної афінної сингулярно-збуреної динамічної системою високого порядку є достатньо складною задачею [13]. Якщо привести систему ДР (7) до спеціального вигляду, то можна впевнитись, що для неї виконуються умови теореми існування [12], тобто система ДР (7) має інтегральний многовид. Наявність такого многовида дозволяє перейти від (7) до редукованої системи ДР.

Загальні методи пошуку многовида в аналітичному вигляді, на жаль, невідомі, проте для системи (7) можна одержати його наближене значення з потрібним ступенем точності у вигляді ряду, який збігається, за ступенями  $\varepsilon$  [14]. Для спрощення алгебраїчних перетворень перейдемо до нових безрозмірних змінних:

$$x_1 = I_1 R_{f1} U_{dm}^{-1}, x_2 = U_1 U_{dm}^{-1}, x_3 = U_2 E_{2m}^{-1},$$

$$x_4 = I_g R_g E_{2m}^{-1}, y_1 = i_1 R_1 U_{dm}^{-1}, y_2 = i_2 R_2 E_{2m}^{-1}, \quad (9)$$

$$u = U_{FC} U_{dm}^{-1},$$

де  $U_{dm}$ ,  $E_{2m}$  - деякі константи.

Якщо зважити на те, що опори  $R_1$ ,  $R_2$  відомі, а максимальну величину амплітуди напруги мережі

можна оцінити, то виберемо масштабуючий параметр  $U_{dm}$  таким, щоб виконувалась рівність  $U_{dm}/R_1 = E_{2m}/R_2$ . Тоді система ДР (7) матиме вигляд:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + Bu; \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2; \\ \dot{x}_3 &= a_{31}x_2 + a_{32}x_4; \dot{x}_4 = a_{41}x_4 + a_{42}x_3 + a_{44}E_2(t); \\ \varepsilon \frac{dy_1}{dt} &= v(y)A_1(x, y); \varepsilon \frac{dy_2}{dt} = v(y)A_2(x, y);\end{aligned} \quad (10)$$

де

$$\begin{aligned}a_{11} &= -R_{f1}L_{f1}^{-1}, a_{12} = -R_{f1}L_{f1}^{-1}, a_{21} = R_{f1}^{-1}C_{f1}^{-1}, \\ a_{22} &= -R_1^{-1}C_{f1}^{-1}, a_{31} = -C_{f2}^{-1}R_2^{-1}, a_{32} = C_{f2}^{-1}R_g^{-1}, \\ a_{41} &= -R_g(L_{f3} + L_g)^{-1}, a_{42} = a_{41}, a_{44} = a_{41}E_{2m}^{-1}, \\ a_{51} &= -R_1L_{20}M_0^{-1}, a_{52} = R_2, a_{53} = -a_{51}, a_{54} = R_2, \\ a_{61} &= R_1, a_{62} = -R_2L_{10}M_0^{-1}, a_{63} = -R_1, a_{64} = -a_{52}, \\ A_1(x, y) &= a_{51}y_1 + a_{52}y_2 + a_{53}x_2 + a_{54}x_3, y_{12} = y_1 + y_2, \\ A_2(x, y) &= a_{61}y_1 + a_{62}y_2 + a_{63}x_2 + a_{64}x_3, \\ \alpha_1 &= R_1^2(\alpha^2 H_{am}^2 U_{dm}^2)^{-1}, \alpha_2 = (B_m + \rho)R_2^2(\alpha^2 H_{am}^2 E_{dm}^2)^{-1} \\ v(y) &= (\alpha_1 + y_{12}^2)/(\alpha_2 + \rho y_{12}^2), B = U_{dm}/L_{f1}.\end{aligned}$$

Для того, щоб впевнитись, що для ДР (10) виконуються умови теореми існування [11], приведемо (10) до спеціального вигляду. Для цього переписуємо рівняння з малим параметром з (10) у вигляді:

$$\begin{aligned}\varepsilon \frac{dy_1}{dt} &= A_1(x, y) + \zeta(\alpha, y)A_1(x, y); \\ \varepsilon \frac{dy_2}{dt} &= A_2(x, y) + \zeta(\alpha, y)A_2(x, y); \\ \zeta(\alpha, y) &= (\alpha_1 - \alpha_2 + (1 - \rho)y_{12}^2)/(\alpha_2 + \rho y_{12}^2),\end{aligned}$$

що дасть можливість застосувати перетворення дробово-раціональної функції нелінійності  $v(x)$  в деякій обмеженій області  $D_x$  у ступеневий ряд. Врахувавши, що  $\alpha_1/\alpha_2 = 1/(B_m + \rho)$  та відкинувши члени ряду порядків 4 і вище, матимемо:

$$\begin{aligned}\varepsilon \frac{dy_1}{dt} &= A_1(x, y)(1 + \alpha_2^{-1}(1 - \rho(B_m + \rho)^{-1})y_{12}^2); \\ \varepsilon \frac{dy_2}{dt} &= A_2(x, y)(1 + \alpha_2^{-1}(1 - \rho(B_m + \rho)^{-1})y_{12}^2)\end{aligned} \quad (11)$$

Поклавши в (11)  $\varepsilon=0$  та розв'язавши утворені алгебраїчні рівняння відносно  $y$ , можна отримати нульове наближення інтегрального многовиду:  $\varphi_0 = [y_1, y_2]^T = [x_2, x_3]^T$ . За його допомогою перше наближення  $\varphi_1(y_1, y_2)$  можна визначити наступним чином [17]:

$$\varphi_1(y_1, y_2) = -B^{-1}(x, t)G(x, t), \quad (12)$$

де  $G(x, t) = Li_\varphi(f(x, t))$  – похідна Лі від вектор-функції  $f(x, t)$  за нульовим наближенням  $\varphi_0$ ;

$$\begin{aligned}f(x, t) &= \frac{d}{dt}[x_1, x_2, x_3, x_4]^T, B(x, t)|_{\varphi_0} = \left| \frac{\partial g_i}{\partial y_k} \right|_{i,k=1,2}, \\ g_i(x, y) &= \alpha_2^{-1}(1 - \rho(B_m + \rho)^{-1})(y_1 + y_2)^2 \begin{vmatrix} A_1(x, y) \\ A_2(x, y) \end{vmatrix}.\end{aligned}$$

Оскільки  $\varepsilon$  є достатньо малою величиною у порівнянні з іншими коефіцієнтами системи ДР (10), можна знехтувати степенями 2 і вище ряду за степенями  $\varepsilon$ , обмежившись першим наближенням (12) і записати інтегральний многовид у такій формі:

$$\begin{aligned}\varphi(y_1, y_2) &= \varphi_0(y_1, y_2) + \varepsilon \varphi_1(y_1, y_2) = \begin{vmatrix} x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} - \\ &\frac{M_0}{\beta R_1 R_2} \left( 2 - \frac{1 + \beta(x_2 + x_3)^2}{\beta} \right) \left| \sum_{i=1}^4 b_{1i}x_i, \sum_{j=1}^4 b_{2j}x_j \right|^T, \quad (13)\end{aligned}$$

Де

$$\begin{aligned}b_{11} &= a_{21}a_{62}, b_{12} = a_{22}a_{62}, b_{13} = -a_{31}a_{52}, b_{14} = a_{32}a_{52}, \\ b_{21} &= -a_{21}a_{61}, b_{22} = -a_{22}a_{61}, b_{23} = a_{31}a_{51}, b_{24} = -a_{32}a_{51}, \\ \beta &= \alpha_2^{-1}(1 - \rho(B_m + \rho)^{-1})\end{aligned}$$

Після чого, підставивши (13) у (10), маємо формальне право відкинути два рівняння з малим параметром при похідних, в результаті чого отримуємо нелінійну афінну систему ДР пониженого порядку:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + Bu, \\ \dot{x}_4 &= a_{41}x_4 + a_{42}x_3 + a_{44}E_2(t); \\ \dot{x}_2 &= \sum_{k=1}^4 d_{2k}x_k + a_{22}\varsigma_1(x_1, \dots, x_4), \\ \dot{x}_3 &= \sum_{k=1}^4 d_{3k}x_k + a_{31}\varsigma_2(x_1, \dots, x_4)\end{aligned} \quad (14)$$

де

$$\begin{aligned}a_{01} &= \frac{M_0}{\beta R_1 R_2}, a_0 = a_{01}(2 - \beta^{-1})^2, d_{21} = a_{21} - a_0 b_{11}, \\ d_{22} &= a_{22} - a_0 b_{12}, d_{23} = -a_0 b_{13}, d_{24} = -a_0 b_{14}, \\ d_{31} &= -a_0 b_{21}, d_{32} = -a_0 b_{22}, d_{33} = a_{31} - a_0 b_{23}, \\ d_{34} &= a_{32} - a_0 b_{24},\end{aligned}$$

$$\varsigma_{1,2}(x_1, \dots, x_4) = -a_{01}(x_2 + x_3)^2 \left| \sum_{i=1}^4 b_{1i}x_i, \sum_{j=1}^4 b_{2j}x_j \right|^T.$$

Системи ДР (10) та (14) не можуть бути дифеоморфними, проте є локально еквівалентними та ізоморфними по керуванню [15]. Еквівалентність систем (10) та (14) означає, що немає необхідності проводити синтез керування  $u$  для повновимірної системи (10). За умови рівномірності розкладення нелінійності в степеневий ряд в деякій обмеженій області  $D_x$  можливо перейти до синтезу керування за допомогою метода функцій Ляпунова [16]. Хоча загального методу побудови функцій Ляпунова для нелінійних систем не існує, проте для деяких класів нелінійних систем ДР вдається отримати таку функцію в аналітичному вигляді та побудувати на її базі стабілізуюче керування. Згідно методу градієнта [17] виберемо деяку вектор-функцію  $g(x)$ ,  $x: \{x_1, \dots, x_4\}$  яка є градієнтом скалярної функції  $V(x)$ , так, що якобіан  $[\partial g(x)/\partial x]$  є симетричним, а її  $(g(x))$  елементи є лінійними комбінаціями змінних  $x$  з невідомими коефіцієнтами  $c_{ij}$ :

$$g(x_1, \dots, x_4) = \left[ \sum_{j=1}^4 c_{1j} x_j, \sum_{j=1}^4 c_{2j} x_j, \sum_{j=1}^4 c_{3j} x_j, \sum_{j=1}^4 c_{4j} x_j \right]^T.$$

В такому випадку, якщо вдається підібрати коефіцієнти  $c_{ij}$  вектор-функції  $g(x)$  та модулюючу функцію  $u$  так, що:

$$\dot{V}(x) = g(x_1, \dots, x_4) h(x_1, \dots, x_4, u, t) < 0, \quad (15)$$

$$x \in D_x, x \neq 0$$

де вектор-функція  $h(x, u, t)$  записується на підставі системи (14) у вигляді

$$h(x_1, \dots, x_4, u, t) = \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + Bu \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{22}\varsigma_1(x_1, \dots, x_4) \\ b_{32}x_4 - a_{31}x_3 + a_{31}\varsigma_2(x_1, \dots, x_4) \\ a_{42}x_4 + a_{41}x_3; \end{cases}$$

додатньо-визначену скалярну функцію  $V(x)$  можна знайти за допомогою інтегрування по параметру

$$V(x) = \int_0^1 \sum_{k=1}^4 g_k(\eta x) x_k d\eta.$$

Виберемо модулюючу функцію  $u$  у формі, яка враховує наявність нелінійних функцій  $\varsigma_{1,2}(x)$ :

$$u_n = (x_2 + x_3)^2 \sum_{k=1}^4 K_{1k} x_k + \sum_{k=1}^4 K_k x_k. \quad (16)$$

З урахуванням (16) вираз (15) можна переписати у вигляді:

$$\dot{V}(x, t) = \sum_{i,j=1}^4 c_{ij} x_i x_j + B(u_n) \sum_{k=1}^4 c_{1k} x_k + a_{22}\varsigma_1(x) \sum_{k=1}^4 c_{2k} x_k + a_{31}\varsigma_2(x) \sum_{k=1}^4 c_{k3} x_k \quad (17)$$

Враховуючи умову симетричності якобіану, зменшимо кількість невідомих коефіцієнтів, ввівши позначення:

$$c_{12} = c_{21} = M_2, c_{13} = c_{31} = M_3, c_{14} = c_{41} = M_4, \\ c_{23} = c_{32} = M_5, c_{24} = c_{42} = M_6, c_{34} = c_{43} = M_7.$$

Це дозволить записати функцію  $V(x)$  після інтегрування (33) у вигляді:

$$V(x) = \left( \sum_{k=1}^4 c_{kk} x_k^2 + 2 \sum_{k=1}^3 M_{k+1} x_1 x_{k+1} \right) / 2 + \\ + M_5 x_2 x_3 + M_6 x_2 x_4 + M_7 x_3 x_4.$$

Оскільки  $V(x)$  є квадратичною формою, то для виконання умови  $V(x) > 0$  ( $x \neq 0$ ) необхідно, щоб її коефіцієнти задовольняли критерію Сильвестра.

Для визначення невідомих  $K_1, \dots, K_4$  потрібно розв'язати відносно них нелінійну систему алгебраїчних рівнянь (САР) шостого порядку, яка утворюється шляхом прирівнювання до нуля коефіцієнтів в (17) при всіх добутках виду  $x_j x_k$ ,  $j \neq k$ . Для визначення невідомих  $K_{11}, \dots, K_{14}$  також потрібно розв'язати відносно них нелінійну САР шостого порядку, яка утворюється шляхом прирівнювання до нуля коефіцієнтів в (17) при всіх добутках виду  $\varsigma_{1,2}(x) x_j x_k$ ,  $j \neq k$ . Об'єднавши дві САР отримуємо результуючу САР 12-го порядку. Оскільки розмірність вектора невідомих  $|K| = |K_1, K_2, K_3, K_4, K_{11}, K_{12}, K_{13}, K_{14}|^T$  є меншою за розмірність САР, яка утворилась, доповнимо його штучно чотирма змінними  $M_4, \dots, M_7$  так, щоб  $\text{rank } |K| = 12$ ,  $|K| = |K_b, K_{1b}, M_4, M_5, M_6, M_7|^T$ ,  $i=1,4$ .

Вибір констант  $C_M = \{c_{11}, c_{22}, c_{33}, c_{44}, M_2, M_3\}$  не є абсолютно довільним, оскільки мають виконуватись умови, які впливають з (15), що при  $x_j x_k$ ,  $j=k$  коефіцієнти є від'ємними (або меншими наперед заданої константи  $\tau < 0$ , якщо ввести умову обмеження на поверхні рівня виду  $\max_{V=V_0} (dV/dt \cdot V^{-1}) = 2\tau$  та  $V(x) > 0$  ( $x \neq 0$ )).

Ізоморфність по керуванню дозволяє досить просто повернутись до системи ДР (9) і отримати для неї нелінійну модуляційну функцію, виконавши зворотню підстановку (9) в (16). З огляду на рівень швидкодії сучасної мікропроцесорної техніки та обчислювальні можливості вбудовуваних цифрових сигнальних процесорів (Embedded DSP), програмна реалізація нелінійної функції (16) не є складною задачею.

Дослідження ефективності застосування нелінійної модуляційної функції проводились за допомогою цифрової моделі. Для цифрового моделювання використовувались такі параметри автономної системи живлення:

- напруга  $U_d$  сонячної батареї на вході однофазного інвертора (ШИМ 18,8 кГц) стандартна 600В;
- напруга  $E_2 = 220$  В (RMS) з частотою  $f_2 = 50$  Гц;
- перший фільтр з дроселем індуктивністю  $L_f = 1,2$  мГн,

активним опором  $R_f=0,068$  Ом та ємностями  $C_{f1}=47,0$  мкФ,  $C_{f2}=94$  мкФ;

- однофазний трансформатор (осердя – сталь 3408,  $\alpha=0,05704$ ,  $B_m=1,2317$  Тл,  $\rho=9,014e-5$ ) типу ОСВМ 4,0-0,05 з  $L_k \approx 65$  мкГн,  $R_{L2} \approx 0,15$  Ом;

- параметри номінального RC-навантаження –  $R=14,16$  Ом,  $C=0,18$  мкФ,

- параметри мережі  $\cos\varphi_g=0,92$ ,  $I_{K.3}=390$  А.

На рис. 2 наведено результати, отримані при цифровому експерименті при стабілізації вихідної напруги. На діаграмі перший відрізок часу відповідає роботі системи при номінальному, а другий - при мінімальному струмі навантаження (відмітка часу 0,06 с, стрибок навантаження  $R_{ном} \rightarrow R_{min}$  за 1,9 мкс).

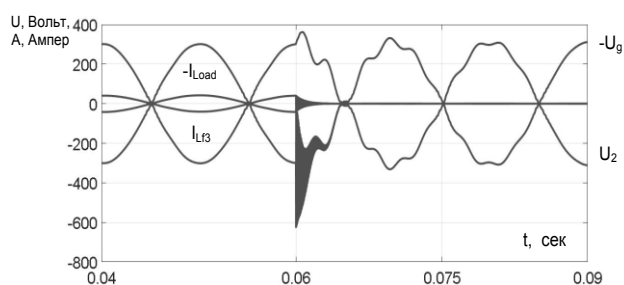


Рис. 2 – Діаграми напруг та струмів

Моделювання показало, що хоча відхилення напруги  $U_2$  на виході системи при стрибку навантаження і має місце, проте максимальна амплітуда цього відхилення не перевищує +20% (в точці підключення навантаження напруга  $U_g$  в цей момент +250%). Наявність нелінійної складової в керування здатне підвищити швидкодію системи, проте одночасно може призвести до деякого (кілька %) погіршення спектрального складу вихідної напруги в режимі мінімального навантаження. Тому підбір констант  $C_M$  та початкових значень  $|K|$  розв'язків нелінійної САР є доволі складною задачею, оскільки формальних методів не існує. Моделювання показало, що найліпші показники з точки зору якості керування можуть бути забезпечені збалансованістю коефіцієнтів  $K$  лінійної та нелінійної складових керування в (16).

## Висновки

Показано можливість формування вихідної напруги фотовольтаїчного джерела живлення, яке описано нелінійною сингулярно-збуреною афінною системою диференціальних рівнянь, в неавтономній мережі з достатнім рівнем точності. Встановлено, що задачу стабілізації наведеної системи вирішує нелінійна модуляційна функція, отримана за допомогою методу функцій Ляпунова, застосованих до системи диференціальних рівнянь пониженого порядку, яку отримано шляхом редукції початкової нелінійної сингулярно-збуреної системи. Локальна

еквівалентність та ізоморфність по керуванню повної та редукованої систем дозволяють уникнути необхідності вимірювання усіх змінних простору станів, що полегшує практичну реалізацію. Перевірено можливість зниження впливу стрибків навантаження на форму вихідної напруги з урахуванням обмежень, характерних для реальних систем.

## Список літератури

1. **Heinrich, Häberlin.** Photovoltaics System Design And Practice / **Häberlin Heinrich** / John Wiley & Sons Ltd, 2012. – 732 p.
2. **Nayar, C. V.** Power Electronics for Renewable Energy Sources / **C. V. Nayar, S. M. Islam, H. Dehbonei, K. Tan, H. Sharma** // *Power Electronics Handbook Devices, Circuits, And Applications. Third Edition.* Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier. – 2011. – p. 723-764.
3. **Teodorescu, R.** Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems / **R. Teodorescu, M. Liserre, P. Rodriguez** / Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons Ltd, 2011. – 407p.
4. **Sundaram, S.** Grid Connected Photovoltaic Systems: Challenges and Control Solutions – A Potential Review / **S. Sundaram, K. N. Sheeba, Jakka Sarat, Chandra Babu** // *International Journal of Electronics and Electrical Engineering.* – 2016. – Vol. 4, No. 6. – p. 463-473. – doi: 10.18178/ijeee.4.6.
5. **Bourguiba, I.** Control of Single-Phase Grid Connected Photovoltaic Inverter / **Ines Bourguiba, Azeddine Houari, Hamed Belloumi, Ferid Kourda** // *Proceedings of 2016 4th International Conference on Control Engineering & Information Technology (CEIT-2016).* – 2016. – p. 1-6.
6. **Jianwei, Zhang** A Novel Sliding Mode Controller for DC-DC Boost Converters under Input/Load Variations / **Jianwei Zhang, David G. Dorrell Li Li, Ahmadreza Argha** // *Proc. of IECON2015.* – 2015. – p. 1698-1703.
7. **Михальський, В. М.** Засоби підвищення якості електроенергії на вході та виході перетворювачів частоти та напруги з широтно-імпульсною модуляцією / **В. М. Михальський.** – Київ, Інститут електродинаміки НАН України, 2013. – 340 с.
8. **Yang, Y.** Overview of Single-Phase Grid-Connected Photovoltaic Systems / **Y. Yang, F. Blaabjerg** // *Electric Power Components and Systems.* – 2015. – p. 1-10. – doi: 10.1080/15325008.2015.1031296.
9. **Вольдек, А. И.** Электрические машины / **А.И. Вольдек** – Изд. 3, перераб. и доп. Ленинград: Энергия, 1978. – 832 с.
10. **Пonomarev, K. K.** Составление и решение дифференциальных уравнений инженерно-технических задач / **К. К. Пonomarev.** – М.: Учпедгиз, 1962. – 184 с.
11. **Матюк, В. Ф.** Математические модели кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса. Ч. I. Анализ моделей / **В. Ф. Матюк, А. А. Осипов** // *Неразрушающий контроль и диагностика.* – 2011. – № 2. – С. 1-33.
12. **Мисак, Т. В.** Побудова контуру модуляції вихідної напруги джерела живлення з нелінійним вихідним трансформатором за допомогою математичної моделі пониженого порядку / **Т. В. Мисак** // *Пр. Ін-ту електродинаміки НАН України.* – 2017. – №47. – С. 57-67.

13. **Фетисов, Д. А.** Достаточное условие управляемости многомерных аффинных систем / **Д. А. Фетисов** // *Наука и Образование. МГТУ им. Баумана. Электрон. журн.* – 2014. – № 11. – С. 281-293. – doi: 10.7463/1114.0737321.
14. **Воропаева, Н. В.** Геометрическая декомпозиция сингулярно-возмущенных систем / **Н. В. Воропаева, В. А. Соболев**. – Москва: Физматлит, 2009. – 256 с.
15. **Ёлкин, В. И.** Редукция нелинейных управляемых систем: Дифференциально-геометрический подход / **В. И. Ёлкин**. – Москва: Наука, 1997. – 317 с.
16. **Мисак, Т. В.** Синтез контуру керування вихідною напругою нелінійного твердотільного трансформатора **Т. В. Мисак** // *Електроніка та зв'язок*. – 2017. – Т. 22, № 3. – С. 27-33. – doi: 10.20535/2312-1807.2017.22.3.102267.
17. **Wassim, M.** Nonlinear Dynamical Systems and Control. A Lyapunov-Based Approach / **Wassim, M. Haddad, Vijay Sekhar Chellaboina** / *Princeton University Press*. – 2008. – 974 p.
8. **Yang, Y., Blaabjerg, F.** Overview of Single-Phase Grid-Connected Photovoltaic Systems. *Electric Power Components and Systems*, 2015, 1-10, doi: 10.1080/15325008.2015.1031296.
9. **Vol'dek, A. I.** Elektricheskiye mashiny [Electrical machines]. Izd. 3, pererab. i dop. L.: Energiya, 1978, 832.
10. **Ponomarev, K. K.** Sostavleniye i resheniye differentsial'nykh uravneniy inzhenerno-tekhnicheskikh zadach. M.: Uchpedgiz, 1962, 184.
11. **Matyuk, V. F., Osipov, A. A.** Matematicheskiye modeli krivoy namagnichivaniya i petel' magnitnogo gisteretizma. Chast' I. Analiz modeley. [Mathematical models of the magnetization curve and magnetic hysteresis loops. Part I Analysis of models.] *Nerazrushayushchiy kontrol' i diagnostika*, 2011, 2, 1-33.
12. **Mysak, T. V.** Pobudova konturu modulyatsiyi vykhidnoy napruhy dzherela zhyvlennya z nelineynym vykhidnym transformatorom za dopomohoyu matematychnoyi modeli ponyzhenoho poryadku. [Construction of the circuit of modulation of the output voltage of the power source with a nonlinear output transformer using a mathematical model of reduced order] *Pr. In-tu elektrodynamiky NAN Ukrainy*, 2017, 47, 57-67.
13. **Fetisov, D. A.** Dostatochnoye usloviye upravlyayemosti mnogomernykh affinykh sistem [A sufficient condition for controllability of multidimensional affine systems]. *Nauka i Obrazovaniye.MGTU im.Baumana. Elektron..zhurn.*, 2014, №11, 281-293, doi: 10.7463/1114.0737321.
14. **Voropayeva, N. V., Sobolev, V. A.** Geometricheskaya dekompozitsiya singulyarno-vozmushchennykh sistem [Geometric decomposition of singularly perturbed systems]. M.:Fizmatlit, 2009, 256.
15. **Yolkyn, V. I.** Reduktsiya nelineynykh upravlyayemykh sistem: Differentsial'no-geometricheskii podkhod. [Reduction of nonlinear control systems: Differential-geometric approach]. M.: Nauka, 1997, 317.
16. **Mysak, T. V.** Syntez konturu keruvannya vykhidnoyu napruhooyu nelineynoho tverdolit'noho transformatora [ynthesis of the control circuit of the output voltage of a nonlinear solid state transformer]. *Elektronika ta zv'yazok*, 2017, 22, 3, 27-33, doi: https://doi.org/10.20535/2312-1807.2017.22.3.102267.
17. **Wassim, M. Haddad, VijaySekhar, Chellaboina,** Nonlinear Dynamical Systems and Control. A Lyapunov-Based Approach. Princeton University Press, 2008, 974.

#### Bibliography (transliterated)

1. **Heinrich, Häberlin.** Photovoltaics System Design And Practice. John Wiley & Sons Ltd, 2012, 732.
2. **Nayar, C. V., Islam, S. M., Dehbonei, H., Tan, K., Sharma, H.** Power Electronics for Renewable Energy Sources. *Power Electronics Handbook Devices, Circuits, And Applications. Third Edition.* Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier, 2011, 723-764.
3. **Teodorescu, R., Liserre, M., Rodriguez, P.** Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons Ltd, 2011, 407.
4. **Sivasankari, Sundaram, Sheeba, K. N., Sarat, Jakka, Babu, Chandra.** Grid Connected Photovoltaic Systems: Challenges and Control Solutions - A Potential Review. *International Journal of Electronics and Electrical Engineering*, 2016, 4, 6, 463-473, doi: 10.18178/ijeee.4.6.
5. **Ines, Bourguiba, Azeddine, Houari, Hamed, Belloumi, Ferid, Kourda.** Control of Single-Phase Grid Connected Photovoltaic Inverter. *Proc. of 2016 4th Int. Conf. on Control Engineering & Information Technology (CEIT-2016)*, 2016, 1-6.
6. **Jianwei, Zhang, David, G. Dorrell Li Li, Ahmadreza Argha.** A Novel Sliding Mode Controller for DC-DC Boost Converters under Input/Load Variations. *Proc. of IECON2015*, 2015, 1698-1703.
7. **Mykhalskiy, V. M.** Zasoby pidvyshchennya yakosti elektroenerhiyi na vkhodi ta vykhodi peretvoryuvachiv chastoty ta napruhy z shyrotno-impul'snoyu

#### Інформація про авторів (About authors)

**Мисак Тарас Володимирович** – кандидат технічних наук, Інститут електродинаміки НАН України, старший науковий співробітник відділу перетворювання та стабілізації електромагнітних процесів, м. Київ, Україна; e-mail: taras@igbt.com.ua.

**Mysak Taras** – Ph.D, Institute of electrodynamics NAS Ukraine, senior scientist, Department of transformation and stabilization of electromagnetic processes, Kyiv, Ukraine; e-mail: taras@igbt.com.ua.

*Будь ласка, посилайтесь на цю статтю наступним чином:*

**Мисак, Т. В.** Нелінійне керування вихідною напругою альтернативного джерела живлення в однофазній неавтономній мережі / **Т. В. Мисак** // *Вісник НТУ «ХПІ», Серія: Нові рішення в сучасних технологіях*. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2018 – № 26 (1302). – Т. 1. – С. 118-125. – doi:10.20998/2413-4295.2018.26.17.

*Please cite this article as:*

**Mysak, T. V.** Nonlinear control of the output voltage of a grid-connected alternative power source in a single-phase non-autonomous supply network. *Bulletin of NTU "KhPI". Series: New solutions in modern technologies.* – Kharkiv: NTU "KhPI", 2018, 26 (1302), 1, 118-125, doi:10.20998/2413-4295.2018.26.17.

*Пожалуйста, ссылайтесь на эту статью следующим образом:*

**Мысак, Т. В.** Нелинейное управление выходным напряжением альтернативного источника питания в однофазной неавтономной питающей сети / **Т. В. Мысак** // *Вестник НТУ «ХПИ»*, Серия: Новые решения в современных технологиях. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2018. – № 26 (1302). – Т. 1. – С. 118-125. – doi:10.20998/2413-4295.2018.26.17.

**АННОТАЦИЯ** Объектом исследования является источник питания с синусоидальным выходным напряжением, имеющий в своем составе солнечную панель, преобразователь частоты с ШИМ с выходным LC-фильтром и однофазный нелинейный трансформатор с дополнительным фильтром на выходе, подключенный к однофазной неавтономной питающей сети потребителя. Проведено понижение порядка аффинной нелинейной сингулярно-возмущенной системы дифференциальных уравнений, описывающих этот источник. Градиентный метод получения функции Ляпунова дает возможность использовать нелинейную стратегию скалярного управления. Приводятся результаты моделирования с учетом ограничений, которые влияют на возможность реализации полученной стратегии нелинейного управления.

**Ключевые слова:** альтернативный источник питания; выходной LC-фильтр; нелинейный однофазный трансформатор; сингулярно-возмущенная система; нелинейное управление; градиентный метод; функция Ляпунова.

*Надійшла (received) 18.06.2018*